

ಗಣಿತ / MATHEMATICS

(KANNADA AND ENGLISH VERSIONS)

ದೂರ: 3 ಗಂಟೆ 15 ನಿಮಿಷಗಳು

(ಒಟ್ಟು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ : 52)

ಗರಿಷ್ಠ ಅಂಕಗಳು: 80

Time : 3 Hours 15 Minutes]

[Total No. of Questions : 52]

[Max. Marks : 80]

(KANNADA VERSION)

ಕನೆಗಳು :

ಈ ಪ್ರಶ್ನೆ ಪತ್ರಿಕೆಯಲ್ಲಿ A, B, C, D ಮತ್ತು E ಎಂಬ ಐದು ವಿಭಾಗಗಳಿವೆ. ಎಲ್ಲಾ ವಿಭಾಗಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ.

ವಿಭಾಗ - A ದಲ್ಲಿ 15 ಬಹು ಆಯ್ಕೆ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು, 5 ಬಿಟ್ಟು ಸ್ಥಳಗಳು ಇದ್ದು, ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪ್ರಶ್ನೆಯು 1 ಅಂಕದ್ದಾಗಿದೆ.

ವಿಭಾಗ-Aದಲ್ಲಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ, ಪ್ರಥಮವಾಗಿ ಬರೆದ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ಮೂಲ ಮಾಪನದಲ್ಲಿ ಪರಿಗಣಿಸಲಾಗುವುದು.

ವಿಭಾಗ - E ದಲ್ಲಿ ಬರುವ ಸರಳ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ನಿಮಗೆ ಒದಗಿಸಿರುವ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಉತ್ತರಿಸಿರಿ.

ವಿಭಾಗ - A

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಎಲ್ಲಾ ಬಹು ಆಯ್ಕೆಯ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ:

(15 × 1 = 15)

1) N ನಲ್ಲಿ ಸಂಬಂಧ R ಅನ್ನು $R = \{(a, b) : a = b - 2, b > 6\}$ ಎಂದು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿದರೆ ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರವನ್ನು ಆರಿಸಿ.

a) $(2, 4) \in R$ b) $(3, 8) \in R$ c) $(6, 8) \in R$ d) $(8, 7) \in R$

2) $f : R \rightarrow R$ ಉತ್ಪನ್ನವನ್ನು $f(x) = x^2$ ಎಂದು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿದರೆ, ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರವನ್ನು ಆರಿಸಿ.

a) f ಏಕ-ಏಕ ಮತ್ತು ಮೇಲಣ ಉತ್ಪನ್ನ

b) f ಒಂದು-ಅನೇಕ ಏಕ ಮೇಲಣ ಉತ್ಪನ್ನ

c) f ಏಕ-ಏಕ ಉತ್ಪನ್ನ ಆಗಿದೆ. ಆದರೆ ಮೇಲಣ ಉತ್ಪನ್ನ ಆಗಿಲ್ಲ

d) f ಏಕ-ಏಕ ಆಗಿಲ್ಲ ಹಾಗೂ ಮೇಲಣ ಉತ್ಪನ್ನ ಆಗಿಲ್ಲ

3) $\cos^{-1}x$ ನ ಕ್ಷೇತ್ರವು.

a) $(-1, 1)$

b) $[-1, 1]$

c) $(0, \pi)$

d) $[0, \pi]$

4) ಮಾತೃಕೆಯ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಅಂಶವು 0 ಅಥವಾ 1 ಇರುವಂತೆ 3×3 ಮಾತೃಕೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು

a) 27

b) 18

c) 81

d) 512

5) $\begin{vmatrix} 3 & x \\ x & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}$, ಆದಾಗ x ನ ಬೆಲೆಯು

a) $\pm 2\sqrt{2}$

b) $2\sqrt{2}$

c) $-2\sqrt{2}$

d) $\sqrt{2}$

6) ಉತ್ಪನ್ನ $f(x) = [x]$, ಇಲ್ಲಿ $[x]$ ಎಂಬುದು ಗರಿಷ್ಠ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಉತ್ಪನ್ನವಾಗಿದ್ದು ಇದರ ಅವಿಚ್ಛಿನ್ನ ಬಿಂದುವು

a) 4

b) -2

c) 1.5

d) 1

7) $y = \sin(ax + b)$ ಆದಾಗ $\frac{dy}{dx}$ ಯು

a) $a \cos(ax + b)$

b) $-a \cos(ax + b)$

c) $-\cos(ax + b)$

d) $\cos(ax + b)$

8) ತ್ರಿಜ್ಯ 'r' ಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ $r = 6$ ಸೆ.ಮಿ ಆದಾಗ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದಲ್ಲಾಗುವ ಬದಲಾವಣೆಯ ದರವು

a) 10π

b) 12π

c) 8π

d) 11π

9) $\int \operatorname{cosec} x (\operatorname{cosec} x + \cot x) dx$ ನ ಬೆಲೆ.

a) $\cot x + \operatorname{cosec} x + c$

b) $-\cot x + \operatorname{cosec} x + c$

c) $-\cot x - \operatorname{cosec} x + c$

d) $\cot x - \operatorname{cosec} x + c$

10) $\int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx$ ನ ಬೆಲೆ,

a) $\frac{\pi}{3}$

b) $\frac{\pi}{6}$

c) $\frac{\pi}{2}$

d) $\frac{\pi}{4}$

11) $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ ಆದರೆ $\vec{a}$ ಸದಿಶದ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿರುವ ಏಕ ದಿಶವು

a) $\frac{\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}}{\sqrt{6}}$

b) $\frac{\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}}{4}$

c) $\frac{\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}}{6}$

d) $\frac{\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}}{2}$

12) $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 2$ ಮತ್ತು $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$ ಆದಾಗ $\vec{a}$ ಮತ್ತು $\vec{b}$ ನಡುವಿನ ಕೋನವು

a) $\frac{\pi}{2}$

b) $\frac{\pi}{3}$

c) $\frac{\pi}{4}$

d) $\frac{\pi}{6}$

13) y-ಅಕ್ಷದ ದಿಶಾ ಕೋಸೈನಗಳು

a) (1, 0, 0)

b) (0, 0, 1)

c) (0, 1, 0)

d) (1, 0, 1)

14) $x + 2y \leq 10, 3x + y \leq 15, x, y \geq 0$ ಅಸಮಾನತೆಗಳು ನಿರ್ಧರಿಸುವ ಸಂಭಾವ್ಯ ಪ್ರದೇಶದ ಮೂಲೆಗಳು (5, 0), (0, 5), (4, 3) ಮತ್ತು (0, 0) ಆಗಿವೆ. $z = 3x + 2y$ ಆಗಿದ್ದಾಗ z ನ ಗರಿಷ್ಠ ಬೆಲೆಯು

a) 16

b) 28

c) 12

d) 18

15) $P(A) = \frac{7}{13}, P(B) = \frac{9}{13}$ ಮತ್ತು $P(A \cap B) = \frac{4}{13}$ ಆದರೆ $P(A/B)$ ಯು,

a) $\frac{4}{7}$

b) $\frac{9}{7}$

c) $\frac{4}{9}$

d) $\frac{7}{9}$

ಅವರಣದಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಆಯ್ಕೆಗಳಿಂದ ಸೂಕ್ತವಾದ ಉತ್ತರವನ್ನು ಆರಿಸಿ ಕೆಳಗಿನ ಬಿಟ್ಟ ಸ್ಥಳಗಳನ್ನು ತುಂಬಿರಿ:

(5 × 1 = 5)

$$\left[\frac{70}{11}, 0.12, 1, -24, 2, \frac{7}{10} \right]$$

16) $\sin \left[\frac{\pi}{3} - \sin^{-1} \left(-\frac{1}{2} \right) \right]$ ಇದರ ಬೆಲೆಯು _____

17) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ ಆದರೆ $|2A|$ ಯು _____

18) ಅವಕಲನ ಸಮೀಕರಣ $2x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 3 \frac{dy}{dx} + y = 0$ ದ ದರ್ಜೆಯು _____

19) $\frac{x-1}{-3} = \frac{y-2}{2p} = \frac{z-3}{2}$ ಮತ್ತು $\frac{x-1}{-3p} = \frac{y-5}{1} = \frac{z-6}{-5}$ ಈ ಎರಡು ರೇಖೆಗಳು ಲಂಬವಾಗಿರಲು

ಬೇಕಾಗಿರುವ p ಯ ಬೆಲೆ = _____

20) A ಮತ್ತು B ಗಳು ಸ್ವತಂತ್ರ ಘಟನೆಗಳಾಗಿದ್ದು, ಜೊತೆಗೆ $P(A) = 0.3$ ಮತ್ತು $P(B) = 0.4$ ಆಗಿದ್ದರೆ $P(A \cap B) =$ _____

ವಿಭಾಗ - B

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಯಾವುದಾದರೂ ಆರು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ:

(6 × 2 = 12)

21) $\sin^{-1} (2x\sqrt{1-x^2}) = 2 \sin^{-1} x$, $\frac{-1}{\sqrt{2}} \leq x \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

22) (2, -6), (5, 4) ಮತ್ತು (K, 4), ಶೃಂಗ ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಆವೃತವಾದ ತ್ರಿಭುಜದ ಕ್ಷೇತ್ರ ಫಲವು 35 ಚ. ಮಾನಗಳಾದರೆ K ಯ ಬೆಲೆಯನ್ನು ನಿರ್ಧಾರಕಗಳ ಸಹಾಯದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

23) $ax + by^2 = \cos y$ ಆದರೆ $\frac{dy}{dx}$, ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

24) ಒಂದು ಉತ್ಪನ್ನದ x ಘಟಕಗಳ ಮಾರಾಟದಿಂದ ಪಡೆದ ಒಟ್ಟು ಆದಾಯವು $R(x) = 3x^2 + 36x + 5$ ರೂಪಾಯಿಗಳು ಎಂದು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. $x = 5$ ಆದಾಗ ಕನಿಷ್ಠ ಆದಾಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

- 25) $g(x) = x^3 - 3x$ ಉತ್ಪನ್ನಗಳಿಗೆ ಸ್ಥಳೀಯ ಗರಿಷ್ಠ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 26) $\int \frac{x}{(x-1)(x-2)} dx$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 27) $\int_0^{\pi/2} \cos^2 x dx$ ನ್ನು ಮೌಲೀಕರಿಸಿ.
- 28) $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ ಸದಿಶದ ಮೇಲೆ $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$ ಸದಿಶದ ಬಾಗುವಿಕೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 29) $\vec{r} = 2\hat{i} - 5\hat{j} + \hat{k} + \lambda(3\hat{i} + 2\hat{j} + 6\hat{k})$ ಮತ್ತು $\vec{r} = 7\hat{i} - 6\hat{k} + \mu(\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k})$ ಈ ಜೋಡಿ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 30) ಒಂದು ನ್ಯಾಯ ಸಮ್ಮತವಾದ ದಾಳವನ್ನು ಉರುಳಿಸಲಾಗಿದೆ $E = \{1, 3, 5\}$ ಮತ್ತು $F = \{2, 3\}$, ಎಂಬ ಎರಡು ಘಟನೆಗಳಿಗೆ $P(F/E)$ ಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 31) ಚೆನ್ನಾಗಿ ಕಲಸಿರುವ 52 ಇಸ್ಪೀಟ ಎಲೆಗಳಿರುವ ಕಟ್ಟಿನಿಂದ ಒಂದು ಎಲೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಲಾಗುವುದು. E : ಎಂಬುದು ಎಳೆದ ಎಲೆ ಸಿನಿಕೆ, F : ಎಂಬುದು ಎಳೆದ ಎಲೆ ಎಕ್ಸ ಆದಾಗ E ಮತ್ತು F ಸ್ವತಂತ್ರ ಘಟನೆಗಳಾಗಿವೆಯೇ?

ವಿಭಾಗ - C

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಯಾವುದಾದರೂ ಆರು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ:

(6 × 3 = 18)

- 32) L ಎಂಬುದು ಒಂದು ಸಮತಲದಲ್ಲಿನ ಎಲ್ಲಾ ರೇಖೆಗಳ ಗಣವಾಗಿರಲಿ. R, L ನ ಒಂದು ಸಂಬಂಧವಾಗಿದ್ದು ಇದನ್ನು $R = \{ (L_1, L_2) : L_1 \text{ ಎಂಬುದು } L_2 \text{ ಗೆ ಲಂಬವಾಗಿದೆ} \}$ ಎಂದು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿದರೆ R ಎಂಬುದು ಸಮಾಂಗತ ಸಂಬಂಧ ಆಗಿದೆ. ಆದರೆ ಪ್ರತಿಫಲನ ಅಲ್ಲ ಹಾಗೂ ವಾಹಕ ಸಂಬಂಧವಲ್ಲ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.
- 33) $-\frac{3\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ ಆದಾಗ $\tan^{-1}\left(\frac{\cos x}{1 - \sin x}\right)$ ನ್ನು ಸರಳೀಕರಿಸಿ.
- 34) $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ ಮಾತೃಕೆಯನ್ನು ಸಮಾಂಗ ಮತ್ತು ಅಸಮಾಂಗ ಮಾತೃಕೆಯ ಮೊತ್ತವೆಂದು ಸ್ಪಷ್ಟಪಡಿಸಿ.
- 35) $x = a(\cos t + \log \tan t/2)$, $y = a \sin t$ ಆದರೆ $\frac{dy}{dx}$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 36) x ಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ $(\log x)^{\cos x}$ ಉತ್ಪನ್ನವನ್ನು ನಿಷ್ಪನ್ನಿಸಿ.
- 37) $f(x) = x^2 - 4x + 6$ ಉತ್ಪನ್ನವು a) ಕಟ್ಟುನಿಟ್ಟಾಗಿ ವೃದ್ಧಿಸುವ b) ಕಟ್ಟುನಿಟ್ಟಾಗಿ ಕ್ಷೀಣಿಸುವ ಅಂತರಾಳಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

38) $\int \frac{x \sin^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}} dx$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

39) $(1, 1)$ ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವ ಹಾಗೂ $xy = (2x^2 + 1) dx$, $(x \neq 0)$ ಅವಕಲನ ಸಮೀಕರಣ ಹೊಂದಿರುವ ವಕ್ರರೇಖೆಯ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

40) A ಮತ್ತು B ಬಿಂದುಗಳ ಸ್ಥಾನ ಸದಿಶಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ $\vec{a}$ ಮತ್ತು $\vec{b}$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ. A ಮತ್ತು B ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿದ ರೇಖೆಯನ್ನು P ಬಿಂದುವು ಒಳಭಾಗದಲ್ಲಿ $m : n$ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಜಿಸಿದಾಗ P ಬಿಂದುವಿನ ಸ್ಥಾನ ಸದಿಶವು $\frac{m\vec{b} + n\vec{a}}{m+n}$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

41) $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ ಆದರೆ $(\vec{a} + \vec{b})$ ಮತ್ತು $(\vec{a} - \vec{b})$ ಗೆ ಲಂಬವಾಗಿರುವ ಏಕದಿಶವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

42) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಮೂರು ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಡಬ್ಬಗಳು I, II ಮತ್ತು III ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಎರಡು ನಾಣ್ಯಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ. ಡಬ್ಬ I ರಲ್ಲಿ ಎರಡೂ ನಾಣ್ಯಗಳು ಚಿನ್ನದ್ದಾಗಿವೆ. ಡಬ್ಬ II ರಲ್ಲಿ ಎರಡೂ ನಾಣ್ಯಗಳು ಬೆಳ್ಳಿಯದ್ದಾಗಿವೆ. ಮತ್ತು ಡಬ್ಬ III ರಲ್ಲಿ ಒಂದು ನಾಣ್ಯ ಚಿನ್ನದ್ದು ಒಂದು ಬೆಳ್ಳಿಯದ್ದಾಗಿದೆ. ಒಬ್ಬ ವ್ಯಕ್ತಿಯು ಒಂದು ಡಬ್ಬವನ್ನು ಯಾದೃಚ್ಛಿಕವಾಗಿ ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡುವನು ಮತ್ತು ಒಂದು ನಾಣ್ಯವನ್ನು ಹೊರತೆಗೆಯುವನು. ಒಂದು ವೇಳೆ ನಾಣ್ಯವು ಚಿನ್ನದ್ದಾದರೆ ಡಬ್ಬದಲ್ಲಿ ಇನ್ನೊಂದು ನಾಣ್ಯವು ಕೂಡ ಚಿನ್ನದ್ದಾಗಿರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಎಷ್ಟು?

ವಿಭಾಗ - D

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಯಾವುದಾದರೂ ನಾಲ್ಕು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ:

(4 × 5 = 20)

43) $f(x) = 4x + 3$ ಆಗುವ ಹಾಗೆ $f: N \rightarrow Y$ ಉತ್ಪನ್ನವನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿದರೆ $Y = \{ \text{ಇಲ್ಲಿ } y \in N : y = 4x + 3 \text{ ಕೆಲವು } x \in N \}$ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಹೊಂದಿದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ. ಹಾಗೂ ಅದರ ಪ್ರತಿಯೊಂದುವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

44) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 5 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 5 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ ಮತ್ತು $C = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}$,

ಆದರೆ $(A + B)$ ಮತ್ತು $(B - C)$ ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. $A + (B - C) = (A + B) - C$ ಯನ್ನು ಪ್ರಮಾಣೀಕರಿಸಿ.

45) ಕೋಶ ವಿಧಾನದಿಂದ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ.

$$3x - 2y + 3z = 8$$

$$2x + y - z = 1$$

$$4x - 3y + 2z = 4$$

46) $y = Ae^{mx} + Be^{nx}$, ಆದರೆ $\frac{d^2y}{dx^2} - (m+n)\frac{dy}{dx} + mny = 0$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

47) x ಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ $\frac{1}{\sqrt{x^2 + a^2}}$ ನ್ನು ಅನುಕಲಿಸಿ ಮತ್ತು ಅದರ ಸಹಾಯದಿಂದ

$$\int \frac{1}{\sqrt{(2-x)^2 + 1}} dx \text{ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.}$$

48) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ದೀರ್ಘವೃತ್ತದೊಳಗಿನ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (ಅನುಕಲಿತ ವಿಧಾನದಿಂದ)

49) $x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2$, ($x \neq 0$) ಎಂಬ ಅವಕಲಿತ ಸಮೀಕರಣದ ಸಾಮಾನ್ಯ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

50) ಅಂತರಿಕ್ಷದಲ್ಲಿ ಒಂದು ದತ್ತ ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವ ಮತ್ತು ಒಂದು ದತ್ತ ಸದಿಶಕ್ಕೆ ಸಮಾಂತರ ವಾಗಿರುವ ಸರಳರೇಖೆಯ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಸದಿಶ ಮತ್ತು ಕಾರ್ಟೀಶಿಯನ್ ಎರಡೂ ರೂಪಗಳಲ್ಲಿ ನಿರೂಪಿಸಿ.

ವಿಭಾಗ - E

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ:

51) $\int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಮತ್ತು ಇದನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos^5 x}{\sin^5 x + \cos^5 x} dx$ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (6)

ಅಥವಾ

ಕೆಳಗಿನ ರೇಖೀಯ ಪ್ರೋಗ್ರಾಮಿಂಗ್ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ನಕ್ಷಾತ್ಮಕವಾಗಿ ಬಿಡಿಸಿ.

$$x + 2y \leq 8$$

$$3x + 2y \leq 12$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

ನಿಬಂಧನೆಗೊಳಪಟ್ಟು $Z = -3x + 4y$ ಉತ್ಪನ್ನದ ಗರಿಷ್ಠ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

- 52) $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ ಚಾಕುಳಿ ಕೋಶವು $A^2 - 5A + 7I = 0$, ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ತೃಪ್ತಿಗೊಳಿಸುವುದು ಎಂದು ತೋರಿಸಿ, ಇಲ್ಲಿ I ಎಂಬುದು 2×2 ದರ್ಜೆಯ ಏಕಮಾನ ಕೋಶವಾಗಿದ್ದು ಮತ್ತು 0 ಎಂಬುದು 2×2 ದರ್ಜೆಯ ಶೂನ್ಯ ಕೋಶವಾಗಿದೆ. ಈ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ A^{-1} ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (4)

ಅಥವಾ

$$f(x) = \begin{cases} Kx + 1, & x \leq \pi \text{ ಆದರೆ} \\ \cos x, & x > \pi \text{ ಆದರೆ} \end{cases}$$

ಈ ಉತ್ಪನ್ನವು $x = \pi$ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಅವಿಚ್ಛಿನ್ನವಾದರೆ K ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(English Version)

Instructions :

The question paper has five parts namely A, B, C, D and E. Answer all the parts.

PART-A has 15 multiple choice questions, 5 fill in the blank questions, all questions of one mark each.

For **PART-A** questions, only the first written answers will be considered for evaluation.

Use the graph sheet for the question on Linear Programming problem in Part-E.

PART – A

Answer all the following multiple choice questions:

(15 × 1 = 15)

- 1) Let R be the relation in the set N given by $R = \{(a, b) : a = b - 2, b > 6\}$. Choose the correct answer.

a) $(2, 4) \in R$	b) $(3, 8) \in R$
c) $(6, 8) \in R$	d) $(8, 7) \in R$
- 2) Let $f : R \rightarrow R$ defined as $f(x) = x^2$. Choose the correct answer

a) f is one-one onto	b) f is many-one onto
c) f is one-one but not onto	d) f is neither one-one nor onto
- 3) The domain of $\cos^{-1}x$ is

a) $(-1, 1)$	b) $[-1, 1]$
c) $(0, \pi)$	d) $[0, \pi]$
- 4) The number of all possible matrices of order 3×3 with each entry 0 or 1 is

a) 27	b) 18
c) 81	d) 512

5) If $\begin{vmatrix} 3 & x \\ x & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}$, then the value of x is

a) $\pm 2\sqrt{2}$

b) $2\sqrt{2}$

c) $-2\sqrt{2}$

d) $\sqrt{2}$

6) The function $f(x) = [x]$, where $[x]$ denotes the greatest integer function is continuous at

a) 4

b) -2

c) 1.5

d) 1

7) If $y = \sin(ax + b)$ then $\frac{dy}{dx}$ is

a) $a \cos(ax + b)$

b) $-a \cos(ax + b)$

c) $-\cos(ax + b)$

d) $\cos(ax + b)$

8) The rate of change of the area of a circle with respect to its radius ' r ' at $r = 6$ cm is

a) 10π

b) 12π

c) 8π

d) 11π

9) The value of $\int \operatorname{cosec} x (\operatorname{cosec} x + \cot x) dx$ is

a) $\cot x + \operatorname{cosec} x + c$

b) $-\cot x + \operatorname{cosec} x + c$

c) $-\cot x - \operatorname{cosec} x + c$

d) $\cot x - \operatorname{cosec} x + c$

10) $\int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx$ is

a) $\frac{\pi}{3}$

b) $\frac{\pi}{6}$

c) $\frac{\pi}{2}$

d) $\frac{\pi}{4}$

11) The unit vector in the direction of the vector $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ is

a) $\frac{\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}}{\sqrt{6}}$

b) $\frac{\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}}{4}$

c) $\frac{\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}}{6}$

d) $\frac{\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}}{2}$

12) The angle between two vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$ with magnitudes 1 and 2 respectively and $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$ is

a) $\frac{\pi}{2}$

b) $\frac{\pi}{3}$

c) $\frac{\pi}{4}$

d) $\frac{\pi}{6}$

13) The direction cosines of y-axis is

a) (1, 0, 0)

b) (0, 0, 1)

c) (0, 1, 0)

d) (1, 0, 1)

14) The maximum value of $z = 3x + 2y$ at the corner points (5, 0), (0, 5), (4, 3) and (0, 0) of the constraints $x + 2y \leq 10$, $3x + y \leq 15$, $x, y \geq 0$ is

a) 16

b) 28

c) 12

d) 18

15) If $P(A) = \frac{7}{13}$, $P(B) = \frac{9}{13}$ and $P(A \cap B) = \frac{4}{13}$ then $P(A/B)$ is

a) $\frac{4}{7}$

b) $\frac{9}{7}$

c) $\frac{4}{9}$

d) $\frac{7}{9}$

Fill in the blanks by choosing the appropriate answer from those given in the bracket:

(5 × 1 = 5)

$$\left[\frac{70}{11}, 0.12, 1, -24, 2, \frac{7}{10} \right]$$

16) The value of $\sin \left[\frac{\pi}{3} - \sin^{-1} \left(-\frac{1}{2} \right) \right]$ is _____

17) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ then the value of $|2A|$ is _____

18) The order of the differential equation $2x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 3 \frac{dy}{dx} + y = 0$ is _____

19) The lines $\frac{x-1}{-3} = \frac{y-2}{\frac{2p}{7}} = \frac{z-3}{2}$ and $\frac{x-1}{-\frac{3p}{7}} = \frac{y-5}{1} = \frac{z-6}{-5}$ are perpendicular, then p is _____

20) Let A and B be independent events with $P(A) = 0.3$, $P(B) = 0.4$ then $P(A \cap B)$ is _____

PART – B

Answer any six of the following questions:

(6 × 2 = 12)

21) Show that $\sin^{-1} \left(2x\sqrt{1-x^2} \right) = 2 \sin^{-1}x$, $\frac{-1}{\sqrt{2}} \leq x \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$.

22) Find the value of K, if area of triangle is 35 sq. units and vertices are (2, -6), (5, 4) and (K, 4), using determinants.

23) Find $\frac{dy}{dx}$, if $ax + by^2 = \cos y$.

24) The total revenue in Rupees received from the sale of x units of a product is given by $R(x) = 3x^2 + 36x + 5$. Find the marginal revenue when $x = 5$.

- 25) Find the local maximum value of the function g given by $g(x) = x^3 - 3x$.
- 26) Find $\int \frac{x}{(x-1)(x-2)} dx$.
- 27) Evaluate $\int_0^{\pi/2} \cos^2 x dx$.
- 28) Find the projection of the vector $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$ on the vector $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$.
- 29) Find the angle between the pair of lines given by
 $\vec{r} = 2\hat{i} - 5\hat{j} + \hat{k} + \lambda(3\hat{i} + 2\hat{j} + 6\hat{k})$ and $\vec{r} = 7\hat{i} - 6\hat{k} + \mu(\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k})$.
- 30) A fair dice is rolled. Consider events $E = \{1, 3, 5\}$ and $F = \{2, 3\}$. Find $P(F/E)$.
- 31) One card is drawn at random from a well shuffled deck of 52 cards. If E is the event "the card drawn is a spade" and F be the event "the card drawn is an ace" then find whether E and F are independent.

PART – C

Answer any six of the following questions:

(6 × 3 = 18)

- 32) Let L be the set of all lines in a plane and R be the relation in L , defined as
 $R = \{ (L_1, L_2) : L_1 \text{ is perpendicular to } L_2 \}$. Show that R is symmetric but neither reflexive nor transitive.
- 33) Write the simplest form of $\tan^{-1}\left(\frac{\cos x}{1 - \sin x}\right)$, $-\frac{3\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$.
- 34) Express $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ as the sum of a symmetric and a skew symmetric matrix.
- 35) Find $\frac{dy}{dx}$, if $x = a(\cos t + \log \tan t/2)$, $y = a \sin t$.
- 36) Differentiate $(\log x)^{\cos x}$ with respect to x .
- 37) Find the intervals in which the function f given by $f(x) = x^2 - 4x + 6$ is
 a) Strictly increasing b) Strictly decreasing

- 38) Find $\int \frac{x \sin^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}} dx$.
- 39) Find the equation of the curve passing through the point (1, 1) whose differential equation is $x dy = (2x^2 + 1) dx$, ($x \neq 0$).
- 40) Show that the position vector of the point P, which divides the line joining the points A and B having position vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$ internally in the ratio $m : n$ is $\frac{m\vec{b} + n\vec{a}}{m+n}$.
- 41) Find a unit vector perpendicular to each of the vectors $(\vec{a} + \vec{b})$ and $(\vec{a} - \vec{b})$, where $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$.
- 42) Given three identical boxes I, II and III each containing two coins. In box I, both coins are gold coins, in box II, both are silver coins and in the box III, there is one gold and one silver coin. A person chooses a box at random and takes out a coin. If the coin is of gold, what is the probability that the other coin in the box is also of gold?

PART – D

Answer any four of the following questions:

(4 × 5 = 20)

- 43) Let $f : N \rightarrow Y$ be a function defined as $f(x) = 4x + 3$, where $Y = \{y \in N : y = 4x + 3 \text{ for some } x \in N\}$. Show that f is invertible. Find the inverse of f .

44) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 5 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 5 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ and $C = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}$,

then compute $(A + B)$ and $(B - C)$. Also, verify that $A + (B - C) = (A + B) - C$.

- 45) Solve the system of linear equations by matrix method

$$3x - 2y + 3z = 8$$

$$2x + y - z = 1$$

$$4x - 3y + 2z = 4$$

46) If $y = Ae^{mx} + Be^{nx}$, show that $\frac{d^2y}{dx^2} - (m+n)\frac{dy}{dx} + mny = 0$.

47) Find the integral of $\frac{1}{\sqrt{x^2 + a^2}}$ with respect to x and hence evaluate

$$\int \frac{1}{\sqrt{(2-x)^2 + 1}} dx.$$

48) Find the area enclosed by the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ using integration.

49) Find the general solution of the differential equation

$$x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2, (x \neq 0).$$

50) Derive the equation of a line in space through a given point and parallel to a vector both in the vector and Cartesian form.

PART – E

Answer the following questions:

51) Prove that $\int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx$ and hence evaluate

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\cos^5 x}{\sin^5 x + \cos^5 x} dx. \quad (6)$$

Or

Solve the following linear programming problem graphically

Maximise : $Z = -3x + 4y$

subject to the constraints

$$x + 2y \leq 8$$

$$3x + 2y \leq 12$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

52) Show that the matrix $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ satisfies the equation $A^2 - 5A + 7I = 0$, where I is 2×2 identity matrix and 0 is 2×2 zero matrix. Using the equation, find A^{-1} . (4)

Or

Find the value of K , so that the function

$$f(x) = \begin{cases} Kx + 1 & \text{if } x \leq \pi \\ \cos x & \text{if } x > \pi \end{cases}$$

is continuous at $x = \pi$.
