

[illegible]

LX – 2025

ವಿಷಯ ಸಂಕೇತ
Subject Code

35

ગણિત / MATHEMATICS

(Kannada and English Versions)

ಸಮಯ: 3 ಗಂಟೆ 00 ನಿಮಿಷಗಳು

(ಒಟ್ಟು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ : 47)

ಗರಿಷ್ಠ ಅಂಕಗಳು: 80

Time : 3 Hours 00 Minutes]

[Total No. of Questions : 47]

[Max. Marks : 80

(Kannada Version)

ಸೂಚನೆಗಳು :

1. ಈ ಪ್ರಶ್ನೆ ಪತ್ರಿಕೆಯಲ್ಲಿ **A, B, C, D** ಮತ್ತು **E** ಎಂಬ ಐದು ವಿಭಾಗಗಳಿವೆ. ಎಲ್ಲಾ ವಿಭಾಗಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ.
2. **ವಿಭಾಗ - A** ದಲ್ಲಿ **15** ಬಹು ಆಯ್ಕೆಯ ಮತ್ತು **5** ಬಿಟ್ಟ ಸ್ಥಳವನ್ನು ತುಂಬುವ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿರುತ್ತವೆ.
3. **ವಿಭಾಗ - A** ದಲ್ಲಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಪ್ರಥಮವಾಗಿ ಬರೆದ ಉತ್ತರವನ್ನು ಮಾತ್ರ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನದಲ್ಲಿ ಪರಿಗಣಿಸಲಾಗುವುದು.
4. **ವಿಭಾಗ - E** ನಲ್ಲಿ ಬರುವ ರೇಖೀಯ ಪ್ರೋಗ್ರಾಮಿಂಗ್ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಉತ್ತರಿಸಿ.
5. **ವಿಭಾಗ - F** ವು ದೃಷ್ಟಿ ಏಕಲ ಚೇತನ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಮಾತ್ರ.

ವಿಭಾಗ - A

- I. ಎಲ್ಲಾ ಬಹು ಅಯ್ಕೆಯ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ: (15 × 1 = 15)

- 1) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ಮತ್ತು $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ಎರಡು ಉತ್ಪನ್ನಗಳನ್ನು $f(x) = \sin x$ ಮತ್ತು $g(x) = x^2$ ಎಂದು ಕೊಟ್ಟಾಗ, $f \circ g$ ಯು

a) $x^2 \sin x$

b) $(\sin x)^2$

c) $\sin(x^2)$

d) $\frac{\sin x}{x^2}$

- 2) ಹೇಳಿಕೆ 1: ಮಾತ್ಸಕೆ $\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ ಯು ಅದಿಶ ಮಾತ್ಸಕೆಯಾಗಿದೆ.

ಹೇಳಿಕೆ 2 : ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಅದಿಶ ಮಾತೃಕೆಯು ಕರ್ಣ ಮಾತೃಕೆಯಾಗಿದೆ.

ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಸರಿ ಉತ್ತರವನ್ನು ಆರಿಸಿ.

a) ಹೇಳಿಕೆ 1 ತಪ್ಪು ಮತ್ತು ಹೇಳಿಕೆ 2 ಸರಿ.

b) ಹೇಳಿಕೆ 1 ಸರಿ ಮತ್ತು ಹೇಳಿಕೆ 2 ತಪ್ಪು

c) ಹೇಳಿಕೆ 1 ತಪ್ಪು ಮತ್ತು ಹೇಳಿಕೆ 2 ತಪ್ಪು

d) ಹೇಳಿಕೆ 1 ಸರಿ ಮತ್ತು ಹೇಳಿಕೆ 2 ಸರಿ.

10) $\left(1 + \frac{dy}{dx}\right)^3 = \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2$, ಈ ಅವಕಲನ ಸಮೀಕರಣದ ಪ್ರಮಾಣವು

a) 2

b) 3

c) 4

d) 1

11) ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳ ಸ್ಥಾನ ಸದಿಶಗಳು $3\vec{a} - 2\vec{b}$ ಮತ್ತು $\vec{a} + \vec{b}$ ಆಗಿದ್ದು, ಈ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಒಳಭಾಗದಲ್ಲಿ 2 : 1 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಜಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ಸ್ಥಾನ ಸದಿಶವು

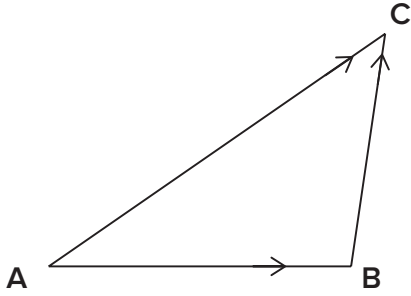
a) $\frac{3\vec{a}}{5}$

b) $4\vec{b} - \vec{a}$

c) $\frac{5\vec{a}}{3}$

d) $\vec{a} + 4\vec{b}$

12) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯಲ್ಲಿ



ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ಸರಿಯಲ್ಲ?

a) $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} = \vec{O}$

b) $\vec{AB} + \vec{BC} - \vec{AC} = \vec{O}$

c) $\vec{AB} - \vec{CB} + \vec{CA} = \vec{O}$

d) $\vec{AB} + \vec{BC} - \vec{CA} = \vec{O}$

13) ಒಂದು ರೇಖೆಯು ಧನಾತ್ಮಕ ಅಕ್ಷಗಳೊಡನೆ α, β, γ ಕೋನಗಳನ್ನು ಉಂಟು ಮಾಡಿದಾಗ $\sin^2\alpha + \sin^2\beta + \sin^2\gamma$ ದ ಬೆಲೆಯು

a) 2

b) 1

c) 3

d) -1

- 14) 52 ಇಸ್ಪೀಟ್ ಎಲೆಗಳಿರುವ ಕಟ್ಟಿನಿಂದ ಬದಲಿ ಇಲ್ಲದೆ ಎರಡು ಎಲೆಗಳನ್ನು ಯಾದೃಚ್ಛಿಕವಾಗಿ ಎಳೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ. ಎರಡು ಎಲೆಗಳು ಕೆಂಪು ಬಣ್ಣದ್ದಾಗಿರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯು

a) $\frac{23}{102}$

b) $\frac{25}{102}$

c) $\frac{25}{104}$

d) $\frac{1}{4}$

- 15) $P(A|B) > P(A)$ ಆದರೆ, ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ಸರಿಯಾಗಿದೆ?

a) $P(A \cap B) < P(A) \cdot P(B)$

b) $P(B|A) < P(B)$

c) $P(B|A) > P(B)$

d) $P(B|A) = P(A)$

- II. ಆವರಣದಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರವನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿ ಬಿಟ್ಟ ಸ್ಥಳವನ್ನು ತುಂಬಿರಿ.

(5 × 1 = 5)

[0, 4, 11, 3, 5, 1]

- 16) $\tan^2(\sec^{-1}2) + \cot^2(\operatorname{cosec}^{-1}3)$ ರ ಬೆಲೆಯು _____

- 17) $x = \underline{\hspace{2cm}}$ ಆದಾಗ, $f(x) = |x - 5|$ ಯು ಅವಿಚ್ಛಿನ್ನವಾಗಿದೆ, ಆದರೆ ನಿಷ್ಪನ್ನವಾಗುವುದಿಲ್ಲ.

- 18) $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{+\frac{\pi}{4}} \frac{1}{1 + \cos 2x} dx = \underline{\hspace{2cm}}.$

- 19) $|\vec{a} \times \vec{b}|^2 + |\vec{a} \cdot \vec{b}|^2 = 144$ ಮತ್ತು $|\vec{a}| = 4$ ಆದರೆ, $|\vec{b}| = \underline{\hspace{2cm}}.$

- 20) $P(B) = \frac{5}{12}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$ ಮತ್ತು $P(A|B) = \frac{K}{5}$, ಆದರೆ $K = \underline{\hspace{2cm}}$

ವಿಭಾಗ - B

- ಈ ಕೆಳಗಿನ ಯಾವುದಾದರೂ ಆರು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ:

(6 × 2 = 12)

- 21) $\cos^{-1}(4x^3 - 3x) = 3\cos^{-1}x$, $x \in [\frac{1}{2}, 1]$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

- 22) $A = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$, $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ಮತ್ತು $A + A' = I$, ಆದರೆ ' α ' ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

- 23) ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಶೃಂಗ ಬಿಂದುಗಳು $(-2, -3)$, $(3, 2)$ ಮತ್ತು $(-1, -8)$ ಆದಾಗ, ಅದರ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲವನ್ನು ನಿರ್ಧಾರಕಗಳ ಸಹಾಯದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 24) x ಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ, $\sin^2 x + \cos^2 y = 1$ ನ್ನು ನಿಷ್ಪನ್ನಿಸಿ.
- 25) $\int \frac{x^3 \tan^{-1}(x^4)}{1+x^8} dx$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 26) $x \log x \frac{dy}{dx} + y = \frac{2 \log x}{x}$ ಅವಕಲನ ಸಮೀಕರಣದ ಅಪವರ್ತನ (Integrating factor) ವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 27) ಸದಿಶಗಳು $\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ ಮತ್ತು $\vec{b} = 2\hat{i} - 7\hat{j} + \hat{k}$, ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಕ್ಕಪಕ್ಕದ ಬಾಹುಗಳಾದರೆ, ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 28) $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+3}{-3}$ ಮತ್ತು $\frac{x+2}{-1} = \frac{y-4}{8} = \frac{z-5}{4}$ ಈ ಜೋಡಿ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 29) ಒಂದು ನಿಷ್ಪಕ್ಷಪಾತವಾದ (Unbiased) ದಾಳವನ್ನು ಎರಡು ಸಲ ಉರುಳಿಸಲಾಗುವುದು. 'ಮೊದಲ ಎಸೆತದಲ್ಲಿ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆ' ಎಂಬ ಘಟನೆ A ಮತ್ತು 'ಎರಡನೇ ಎಸೆತದಲ್ಲಿ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆ' ಎಂಬ ಘಟನೆ B ಆಗಿದ್ದರೆ, A ಮತ್ತು B ಘಟನೆಗಳ ಸ್ವತಂತ್ರತೆಯನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

ವಿಭಾಗ - C

ಯಾವುದಾದರೂ ಆರು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ:

(6 × 3 = 18)

- 30) ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗಣ N ನಲ್ಲಿ ಸಂಬಂಧ R ಅನ್ನು $R = \{(x, y) | y = x + 5 \text{ ಮತ್ತು } x < 4\}$ ಎಂದು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಲಾದಾಗ R, ಪ್ರತಿಫಲನ, ಸಮಾಂಗತ ಮತ್ತು ವಾಹಕ ಸಂಬಂಧವಾಗಿದೆಯೇ ಎಂದು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.
- 31) $\sin^{-1}\left(\frac{5}{13}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{63}{16}\right)$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.
- 32) $y^x = x^y$ ಆದರೆ, $\frac{dy}{dx}$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 33) ಒಂದು ಘನದ ಘನಫಲವು ಪ್ರತಿ ಸೆಕೆಂಡಿಗೆ 9 ಘನ ಸೆ.ಮೀ. ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚುತ್ತಿದೆ. ಅದರ ಅಂಚಿನ ಉದ್ದವು 10 ಸೆ.ಮೀ. ಆಗಿದ್ದಾಗ ಘನದ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದಲ್ಲಾಗುವ ಹೆಚ್ಚಳದ ದರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 34) $2x^3 - 24x + 107$ ಉತ್ಪನ್ನದ ನಿರಪೇಕ್ಷ ಗರಿಷ್ಠ ಬೆಲೆಯನ್ನು $[1, 3]$ ಅಂತರಾಳದಲ್ಲಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

- 35) $\int \frac{\cos x}{(1-\sin x)(2-\sin x)} dx$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 36) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ಮೂರು ಸದಿಶಗಳಾಗಿದ್ದು, $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 4$ ಮತ್ತು $|\vec{c}| = 5$, ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸದಿಶವೂ ಇನ್ನೆರಡು ಸದಿಶಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿದ್ದಲ್ಲಿ, $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}|$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 37) $\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) + \lambda(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ ಮತ್ತು $\vec{r} = (2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) + \mu(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$, ರೇಖೆಗಳ ನಡುವಿನ ಕನಿಷ್ಠ ಅಂತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 38) ಒಂದು ಬಹು ಆಯ್ಕೆಯ ಪರೀಕ್ಷೆಯ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಉತ್ತರಿಸುವಾಗ, ಒಬ್ಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಉತ್ತರವನ್ನು ತಿಳಿದಿರುತ್ತಾನೆ ಅಥವಾ ಊಹಿಸುತ್ತಾನೆ. ಅವನು ಉತ್ತರ ತಿಳಿದಿರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ $\frac{3}{4}$ ಮತ್ತು ಉತ್ತರವನ್ನು ಊಹಿಸುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ $\frac{1}{4}$ ಆಗಿದೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಊಹಿಸಿದ ಉತ್ತರವು ಸರಿ ಇರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ $\frac{1}{4}$ ಆಗಿರುವುದೆಂದು ತಿಳಿಯೋಣ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಸರಿಯಾಗಿಯೇ ಉತ್ತರಿಸಿದ್ದಾನೆ ಎಂದು ಕೊಟ್ಟಾಗ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಉತ್ತರ ತಿಳಿದಿರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಎಷ್ಟು?

ವಿಭಾಗ - D

ಯಾವುದಾದರೂ ನಾಲ್ಕು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ:

(4 × 5 = 20)

- 39) $A = R - \{3\}$ ಮತ್ತು $B = R - \{1\}$ ಆಗಿರಲಿ. ಉತ್ಪನ್ನ $f: A \rightarrow B$ ನ್ನು $f(x) = \frac{x-2}{x-3}$, ಎಂದು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿದಾಗ, f ಒಂದು ಏಕ-ಏಕ ಮತ್ತು ಮೇಲಣ ಉತ್ಪನ್ನವೆಂದು ತೋರಿಸಿ. f ನ ಪ್ರತಿರೋಮವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 40) $A = \begin{bmatrix} 0 & 6 & 7 \\ -6 & 0 & 8 \\ 7 & -8 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ ಮತ್ತು $C = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}$
ಆದರೆ, AC, BC ಮತ್ತು $(A-B)C$ ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಹಾಗೂ $(A-B)C = AC - BC$ ಯನ್ನು ಪ್ರಮಾಣೀಕರಿಸಿ.
- 41) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸರಳ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಕೋಶ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ.
 $x - y + 2z = 7$
 $3x + 4y - 5z = -5$
 $2x - y + 3z = 12.$
- 42) $x = a(\cos\theta + \theta\sin\theta)$ ಮತ್ತು $y = a(\sin\theta - \theta\cos\theta)$ ಆದರೆ, $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{a\theta} \sec^3\theta$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

- 43) x ಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ $\frac{1}{a^2-x^2}$ ನ್ನು ಅನುಕಲಿಸಿ, ಇದರ ಸಹಾಯದಿಂದ $\int \frac{1}{3-x^2-2x} dx$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 44) $y = \cos x$, ವಕ್ರರೇಖೆಯು, $x = 0$ ಮತ್ತು $x = 2\pi$ ನಡುವೆ ಸುತ್ತುವರೆಯುವ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 45) $(0, 0)$ ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವ ಮತ್ತು ಅವಕಲನ ಸಮೀಕರಣ $\frac{dy}{dx} = e^x \sin x$ ಹೊಂದಿರುವ ವಕ್ರರೇಖೆಯ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವಿಭಾಗ - E

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ:

- 46) $\int_0^a f(x)dx = \int_0^a f(a-x)dx$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ ಮತ್ತು ಇದನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ $\int_0^1 x(1-x)^n dx$ ರ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (6)

ಅಥವಾ

ಕೆಳಗಿನ ರೇಖೀಯ ಪ್ರೋಗ್ರಾಮಿಂಗ್ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ನಕ್ಷಾತ್ಮಕವಾಗಿ ಬಿಡಿಸಿ $Z = 3x + 2y$, ಉತ್ಪನ್ನದ ಗರಿಷ್ಠ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಅದು ಈ ಕೆಳಗಿನ ನಿಬಂಧನೆಗಳೊಳಪಟ್ಟಿರುತ್ತದೆ.

$$2x + y \leq 50$$

$$x + 2y \leq 40 \text{ ಮತ್ತು}$$

$$x \geq 0, y \geq 0.$$

- 47) $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$ ಮತ್ತು $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ಆದರೆ, (4)

$A^2 - A + 2I = 0$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ. ಈ ಸಮೀಕರಣದ ಸಹಾಯದಿಂದ A^{-1} ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಅಥವಾ

$$f(x) = \begin{cases} \frac{k \cos x}{\pi - 2x}, & x \neq \frac{\pi}{2} \text{ ಆದರೆ} \\ 3, & x = \frac{\pi}{2} \text{ ಆದಾಗ} \end{cases}$$

ಈ ಉತ್ಪನ್ನವು $x = \frac{\pi}{2}$ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಅವಿಚ್ಛಿನ್ನವಾದರೆ,

k ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವಿಭಾಗ - F

(ದೃಷ್ಟಿ ವಿಕಲಚೇತನ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಮಾತ್ರ)

- 12) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ $\vec{OA}, \vec{OB}, \vec{OC}$ ಗಳು, ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಶೃಂಗ ಬಿಂದುಗಳ ಸ್ಥಾನ ವಿಶಾಗಳಾಗಿದ್ದರೆ, ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ಸರಿಯಿಲ್ಲ ?

a) $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} = \vec{O}$

b) $\vec{AB} + \vec{BC} - \vec{AC} = \vec{O}$

c) $\vec{AB} - \vec{CB} + \vec{CA} = \vec{O}$

d) $\vec{AB} + \vec{BC} - \vec{CA} = \vec{O}$

(English Version)

Instructions :

1. The question paper has five parts namely A, B, C, D and E. Answer all the parts.
2. The **PART – A** has **15** multiple choice questions and **5** fill-in-the-blank questions.
3. For **PART – A** questions, only the first written answers will be considered for evaluation.
4. Use the graph sheet for question on Linear Programming Problem in **PART – E**.
5. **PART – F** is only for Visually-Challenged Students.

PART – A

- I. Answer all the multiple choice questions: (15 × 1 = 15)

1) If $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ and $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ are given by $f(x) = \sin x$ and $g(x) = x^2$, then the fog is

- | | |
|-----------------|-------------------------|
| a) $x^2 \sin x$ | b) $(\sin x)^2$ |
| c) $\sin(x^2)$ | d) $\frac{\sin x}{x^2}$ |

2) Statement 1 : Matrix $\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ is scalar matrix.

Statement 2 : Every scalar matrix is a diagonal matrix.

Choose the correct answer from the options given below.

- a) Statement 1 is false and Statement 2 is true
 - b) Statement 1 is true and Statement 2 is false
 - c) Statement 1 is false and Statement 2 is false
 - d) Statement 1 is true and Statement 2 is true
- 3) If A is a matrix of order 3×4 and B is a matrix, such that $A^T B$ and BA^T are both defined, then the order of matrix B is
- | | |
|-----------------|-----------------|
| a) 4×3 | b) 3×4 |
| c) 3×3 | d) 4×4 |

-

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{O} & \text{b) } \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{O} \\ \text{c) } \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{O} & \text{d) } \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{O} \end{array}$$

- P.T.O. 11

- 14) Two cards are drawn at random and without replacement from a pack of 52 playing cards. The probability that both the cards are red is
- a) $\frac{23}{102}$
- b) $\frac{25}{102}$
- c) $\frac{25}{104}$
- d) $\frac{1}{4}$
- 15) If $P(A|B) > P(A)$, then which of the following is correct?
- a) $P(A \cap B) < P(A).P(B)$
- b) $P(B|A) < P(B)$
- c) $P(B|A) > P(B)$
- d) $P(B|A) = P(A)$

II. Fill in the blanks by choosing the appropriate answer from those given in the bracket:

(5 × 1 = 5)

[0, 4, 11, 3, 5, 1]

- 16) The value of $\tan^2(\sec^{-1}2) + \cot^2(\operatorname{cosec}^{-1}3)$ is _____
- 17) If $f(x) = |x - 5|$, then f is continuous but not differentiable at $x =$ _____.
- 18) $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{+\frac{\pi}{4}} \frac{1}{1 + \cos 2x} dx =$ _____.
- 19) If $|\vec{a} \times \vec{b}|^2 + |\vec{a} \cdot \vec{b}|^2 = 144$ and $|\vec{a}| = 4$, then $|\vec{b}| =$ _____.
- 20) If $P(B) = \frac{5}{12}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$ and $P(A|B) = \frac{K}{5}$, then $K =$ _____.

PART – B

Answer any six questions:

(6 × 2 = 12)

- 21) Prove that $\cos^{-1}(4x^3 - 3x) = 3\cos^{-1}x$, $x \in [\frac{1}{2}, 1]$.
- 22) If $A = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$, $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ and $A + A' = I$, find the value of α .

- 23) Find the area of the triangle whose vertices are $(-2, -3)$, $(3, 2)$ and $(-1, -8)$ using determinants.
- 24) Differentiate $\sin^2 x + \cos^2 y = 1$ with respect to x .
- 25) Evaluate: $\int \frac{x^3 \tan^{-1}(x^4)}{1+x^8} dx$.
- 26) Find the integrating factor (IF) of the differential equation $x \log x \frac{dy}{dx} + y = \frac{2 \log x}{x}$.
- 27) Find the area of Parallelogram whose adjacent sides are given by the vectors
 $\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ and $\vec{b} = 2\hat{i} - 7\hat{j} + \hat{k}$.
- 28) Find the angle between the pair of lines given by $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+3}{-3}$ and $\frac{x+2}{-1} = \frac{y-4}{8} = \frac{z-5}{4}$.
- 29) An unbiased die is thrown twice. Let the event A be 'odd number on the first throw' and B be the event 'odd number on the second throw'. Check the independence of the events A and B.

PART – C

Answer any six questions:

(6 × 3 = 18)

- 30) Determine whether the relation R in the set N of natural numbers defined as $R = \{(x, y) | y = x + 5 \text{ and } x < 4\}$ is reflexive, symmetric and transitive.
- 31) Prove that $\sin^{-1}\left(\frac{5}{13}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{63}{16}\right)$.
- 32) If $y^x = x^y$, then find $\frac{dy}{dx}$.
- 33) The volume of a cube is increasing at a rate of $9 \text{ cm}^3/\text{sec}$. How fast is the surface area increasing when length of an edge is 10 cm?

- 34) Find the absolute maximum value of $2x^3 - 24x + 107$ in the interval $[1, 3]$.
- 35) Find $\int \frac{\cos x}{(1 - \sin x)(2 - \sin x)} dx$.
- 36) Let $\vec{a}$, $\vec{b}$ and $\vec{c}$ be three vectors such that $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$, $|\vec{c}| = 5$ and each one of them being perpendicular to the sum of the other two, find $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}|$.
- 37) Find the shortest distance between the lines $\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) + \lambda(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ and $\vec{r} = (2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) + \mu(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$.
- 38) In answering a question on a multiple choice test, a student either knows the answer or guesses. Let $\frac{3}{4}$ be the probability that he knows the answer and $\frac{1}{4}$ be the probability that he guesses. Assuming that a student who guesses the answer will be correct with probability $\frac{1}{4}$. What is the probability that the student knows the answer given that he answered it correctly?

PART – D

Answer any four questions:

(4 × 5 = 20)

- 39) Let $A = \mathbb{R} - \{3\}$ and $B = \mathbb{R} - \{1\}$. If $f: A \rightarrow B$ is a function defined by $f(x) = \frac{x-2}{x-3}$, then show that f is one-one and onto. Also find f^{-1} .
- 40) If $A = \begin{bmatrix} 0 & 6 & 7 \\ -6 & 0 & 8 \\ 7 & -8 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ and $C = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ calculate AC , BC and $(A-B)C$.
Also verify $(A - B)C = AC - BC$.
- 41) Solve the following system of linear equations using matrix method.

$$x - y + 2z = 7$$

$$3x + 4y - 5z = -5$$

$$2x - y + 3z = 12.$$
- 42) If $x = a(\cos\theta + \theta\sin\theta)$ and $y = a(\sin\theta - \theta\cos\theta)$, then show that $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{a\theta} \sec^3\theta$.

- 43) Find the integral of $\frac{1}{a^2 - x^2}$ with respect to x and hence evaluate $\int \frac{1}{3 - x^2 - 2x} dx$.
- 44) Find the area bounded by the curve $y = \cos x$ between $x = 0$ and $x = 2\pi$.
- 45) Find the equation of a curve passing through the point $(0, 0)$ and whose differential equation is $\frac{dy}{dx} = e^x \sin x$.

PART – E

Answer the following questions:

- 46) Prove that $\int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a - x) dx$ and hence evaluate $\int_0^1 x(1 - x)^n dx$. 6

Or

Solve the following linear programming problem graphically.

Maximise $Z = 3x + 2y$, subject to the constraints,

$$2x + y \leq 50$$

$$x + 2y \leq 40 \text{ and}$$

$$x \geq 0, y \geq 0.$$

- 47) If $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$ and $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, show that 4

$A^2 - A + 2I = 0$. Using this equation, find A^{-1} .

Or

Find the value of k so that the function

$$f(x) = \begin{cases} \frac{k \cos x}{\pi - 2x} & \text{if } x \neq \frac{\pi}{2} \\ 3 & \text{if } x = \frac{\pi}{2} \end{cases} \text{ is continuous at } x = \frac{\pi}{2}.$$

PART – F

(For Visually-Challenged Students only)

- 12) $\vec{OA}, \vec{OB}, \vec{OC}$ are position vectors of the vertices of a triangle in the given order. Which of the following is not true?

a) $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} = \vec{O}$

b) $\vec{AB} + \vec{BC} - \vec{AC} = \vec{O}$

c) $\vec{AB} - \vec{CB} + \vec{CA} = \vec{O}$

d) $\vec{AB} + \vec{BC} - \vec{CA} = \vec{O}$
