

ನೋಂದಣಿ ಸಂಖ್ಯೆ										
Registration No:										

A3 – 2024

ವಿಷಯ ಸಂಕೇತ
Subject Code

35

ಗಣಿತ / MATHEMATICS

(Kannada and English Versions)

ಸಮಯ: 3 ಗಂಟೆ 15 ನಿಮಿಷಗಳು

(ಒಟ್ಟು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ : 52)

ಗರಿಷ್ಠ ಅಂಕಗಳು: 80

Time : 3 Hours 15 Minutes]

[Total No. of Questions : 52]

[Max. Marks : 80

(Kannada Version)

ಸೂಚನೆಗಳು :

- ಈ ಪ್ರಶ್ನೆ ಪತ್ರಿಕೆಯಲ್ಲಿ A, B, C, D ಮತ್ತು E ಎಂಬ ಐದು ವಿಭಾಗಗಳಿವೆ. ಎಲ್ಲಾ ವಿಭಾಗಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ.
- ವಿಭಾಗ - 'A' ನಲ್ಲಿ 15 ಬಹು ಆಯ್ಕೆ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು ಮತ್ತು 5 ಬಿಟ್ಟು ಸ್ಥಳ ತುಂಬುವ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿದ್ದು, ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪ್ರಶ್ನೆಯು ಒಂದು ಅಂಕದ್ದಾಗಿದೆ.
- ವಿಭಾಗ - 'E' ನಲ್ಲಿ ಬರುವ ಸರಳ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ನಿಮಗೆ ಒದಗಿಸಿರುವ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಉತ್ತರಿಸಿ.
- ವಿಭಾಗ - 'A' ದಲ್ಲಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ, ಪ್ರಥಮವಾಗಿ ಬರೆದ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನದಲ್ಲಿ ಪರಿಗಣಿಸಲಾಗುವುದು.

ವಿಭಾಗ - A

- I. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಬಹುಆಯ್ಕೆಯ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ :

(15 × 1 = 15)

- ಗಣ { 1, 2, 3 } ನಲ್ಲಿ ಸಂಬಂಧ R ನ್ನು { (1, 2) } ಎಂದು ಕೊಟ್ಟಾಗ ಅದು
 - ಪ್ರತಿಫಲನ ಸಂಬಂಧ
 - ಸಮಾಂಗದ ಸಂಬಂಧ
 - ವಾಹಕ ಸಂಬಂಧ
 - ಪ್ರತಿಫಲನ ಸಂಬಂಧವೂ ಅಲ್ಲ ಮತ್ತು ವಾಹಕ ಸಂಬಂಧವೂ ಅಲ್ಲ.
- ಗರಿಷ್ಠ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಉತ್ಪನ್ನ $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ನ್ನು $f(x) = [x]$ ಎಂದು ಕೊಟ್ಟಾಗ ಅದು
 - ಏಕ-ಏಕ ಮತ್ತು ಮೇಲಣ
 - ಏಕ-ಏಕವೂ ಅಲ್ಲ ಮತ್ತು ಮೇಲಣವೂ ಅಲ್ಲ
 - ಏಕ-ಏಕ ಆಗಿದೆ ಆದರೆ ಮೇಲಣ ಅಲ್ಲ
 - ಮೇಲಣ ಆಗಿದೆ ಆದರೆ ಏಕ-ಏಕ ಅಲ್ಲ

3) $|x| < 1$ ಇದ್ದಾಗ $\sin(\tan^{-1} x)$ ಗೆ ಸರಿಹೊಂದುವ ಬೆಲೆ

a) $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

b) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

c) $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$

d) $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

4) $a_{ij} = 2i - j$ ಆಗಿರುವ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ $A = [a_{ij}]_{2 \times 2}$ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮಾತೃಕೆ

a) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

5) ಮಾತೃಕೆ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ ಆದರೆ $|2A|$ ಯು

a) $2|A|$

b) $3|A|$

c) $4|A|$

d) $|A|$

6) $y = \tan(2x + 3)$ ಆದಾಗ $\frac{dy}{dx} =$

a) $2 \sec^2(2x + 3)$

b) $2 \sec(2x + 3)$

c) $\sec^2(2x + 3)$

d) $\sec(2x + 3)$

7) $y = \log_7(\log_e x)$ ಆದಾಗ $\frac{dy}{dx} =$

a) $\frac{1}{x \log_e 7}$

b) $\frac{1}{7x \log_e x}$

c) $\frac{1}{x \log_e 7 \log_e x}$

d) $\frac{1}{\log_e 7 \log_e x}$

8) $f(x) = |x|$, $x \in \mathbb{R}$ ಉತ್ಪನ್ನದ ಗರಿಷ್ಠ ಬೆಲೆಯು

a) 0

b) 1

c) -1

d) ಅಸ್ತಿತ್ವದಲ್ಲಿ ಇರುವುದಿಲ್ಲ

9) $\int \tan^2 x \, dx =$

a) $x - \tan x + c$

b) $\tan x - x + c$

c) $\sec^2 x - x + c$

d) $x - \sec^2 x + c$

10) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^7 x \, dx =$

a) 0

b) $\frac{\pi}{2}$

c) 1

d) $\frac{-\pi}{2}$

11) ಆದಿಬಿಂದು (2, 1) ಮತ್ತು ಅಂತ್ಯಬಿಂದು (-5, 7) ಇವುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಸದಿಶದ ಸದಿಶ ಘಟಕಗಳು

a) $-7\hat{i}, -6\hat{j}$

b) $7\hat{i}, -6\hat{j}$

c) $7\hat{i}, 6\hat{j}$

d) $-7\hat{i}, 6\hat{j}$

12) $\vec{a}$ ಒಂದು ಶೂನ್ಯವಲ್ಲದ ಸದಿಶ ಮತ್ತು ಅದರ ಪರಿಮಾಣ 'a' ಆಗಿದೆ ಮತ್ತು ' λ ' ಒಂದು ಶೂನ್ಯವಲ್ಲದ ಅದಿಶ, $\lambda \vec{a}$ ಏಕಸದಿಶವಾದರೆ.

a) $\lambda = 1$

b) $\lambda = -1$

c) $a = |\lambda|$

d) $a = \frac{1}{|\lambda|}$

13) y-ಅಕ್ಷದ ದಿಶಾಕೋನಗಳು

a) (0, 1, 0)

b) (0, 0, 1)

c) (1, 0, 1)

d) (1, 0, 0)

14) L.P.P. ಯಲ್ಲಿ ಸಂಭಾವ್ಯ ಪ್ರದೇಶದ ಆಚೆಯಿರುವ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವೂ

a) ಸಂಭಾವ್ಯ ಪರಿಹಾರ

b) ಅಸಂಭಾವ್ಯ ಪರಿಹಾರ

c) ಅತ್ಯುತ್ತಮ ಪರಿಹಾರ

d) ಮೂಲಬಿಂದು

15) $P(A) = \frac{1}{2}$ ಮತ್ತು $P(B) = 0$ ಇರುವಂತೆ A ಮತ್ತು B ಘಟನೆಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ ಎಂದು ಕೊಟ್ಟಾಗ $P(A/B)$ ಯು

a) 0

b) $\frac{1}{2}$

c) ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿಲ್ಲ

d) 1

II. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಅವರಣದಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರವನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿ ಬಿಟ್ಟ ಸ್ಥಳವನ್ನು ತುಂಬಿರಿ.
(5 × 1 = 5)

(0, 1, 5, 3, 4, 2)

16) $2 \sin \left[\frac{\pi}{3} - \tan^{-1} \left(\frac{-1}{\sqrt{3}} \right) \right]$ ಯ ಬೆಲೆಯು _____.

17) A ಒಂದು ವರ್ಗಮಾತೃಕೆಯಾಗಿದ್ದು $|A| = 2$ ಆದಾಗ $|AA'| =$ _____.

18) $\frac{d^3y}{dx^3} + 2 \left(\frac{d^2y}{dx^2} \right)^4 + \frac{dy}{dx} = 0$ ಎಂಬ ಅವಕಲಿತ ಸಮೀಕರಣದ ದರ್ಜೆ _____.

19) ಎರಡು ರೇಖೆಗಳ ದಿಶಾಪ್ರಮಾಣಗಳು a_1, b_1, c_1 ಮತ್ತು a_2, b_2, c_2 ಆಗಿದ್ದು, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ ಆದರೆ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನವು _____.

20) ಫಲಿತಾಂಶಗಣ 'S' ನ ಯಾವುದೇ ಘಟನೆ E ಆಗಿದ್ದಲ್ಲಿ $P(E \cup E') =$ _____.

ವಿಭಾಗ - B.

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಯಾವುದಾದರೂ ಆರು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ:

(6 × 2 = 12)

21) $\cot^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}} \right), x > 1$ ಅನ್ನು ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

22) ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 4 ಚದರಮಾನಗಳಾಗಿದ್ದರೆ, ಅದರ ಶೃಂಗಗಳು $(-2, 0), (0, 4)$ ಮತ್ತು $(0, k)$ ಆಗಿದ್ದರೆ ನಿರ್ಧಾರಕಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ k ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

23) $2x + 3y = \sin y$, ಆದರೆ $\frac{dy}{dx}$ ಅನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

- 24) ಒಂದು ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯವು ಪ್ರತಿಸೆಕೆಂಡಿಗೆ 0.7 ಸೆಂ. ದರದಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚುತ್ತಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಅದರ ಸುತ್ತಳತೆಯ ಹೆಚ್ಚಳದ ದರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 25) $f(x) = \cos x$ ಉತ್ಪನ್ನವು $(0, \pi)$ ನಲ್ಲಿ ಕ್ಷೀಣಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.
- 26) $\int \frac{x}{(x+1)(x+2)} dx$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 27) $\int_0^1 \frac{x}{x^2+1} dx$ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 28) ಎರಡು ಸದಿಶಗಳು $\vec{a}$ ಮತ್ತು $\vec{b}$ ಈ ಕೆಳಗಿನಂತಿವೆ. $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 3$ ಮತ್ತು $\vec{a} \cdot \vec{b} = 4$ ಹಾಗಾದರೆ $|\vec{a} - \vec{b}|$ ದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 29) $\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$ ಮತ್ತು $\vec{r} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 30) 52 ಇಸ್ಪೀಟ್ ಎಲೆಗಳಿರುವ ಕಟ್ಟಿನಿಂದ ಬದಲಿ ಇಲ್ಲದೆ ಎರಡು ಎಲೆಗಳನ್ನು ಯಾದೃಚ್ಛಕವಾಗಿ ಎಳೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ. ಎರಡೂ ಎಲೆಗಳು ಕಪ್ಪು ಬಣ್ಣದ್ದಾಗಿರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಎಷ್ಟು?
- 31) $P(A) = \frac{1}{2}, P(A \cup B) = \frac{3}{5}$ ಮತ್ತು $P(B) = K$ ಆಗಿರುವಂತೆ A ಮತ್ತು B ಘಟನೆಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆಂದು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಅವು ಸ್ವತಂತ್ರ ಆಗಿದ್ದರೆ K ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವಿಭಾಗ - C

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಯಾವುದಾದರೂ ಆರು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ:

(6 × 3 = 18)

- 32) ಗಣ $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ರಲ್ಲಿ ಸಂಬಂಧ R ಅನ್ನು $R = \{(x, y) : y \text{ ಯು } x \text{ ನಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ}\}$ ಎಂದು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಲಾಗಿದೆ. ಈ ಸಂಬಂಧ ಪ್ರತಿಫಲನ, ಸಮಾಂಗತ, ವಾಹಕ ಸಂಬಂಧವಾಗಿವೆಯೆ ಎಂದು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.
- 33) $\cos^{-1}\left(\frac{4}{5}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{12}{13}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{33}{65}\right)$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.
- 34) A ಮತ್ತು B ಮಾತೃಕೆಗಳು ಒಂದೇ ದರ್ಜೆಯ ಪ್ರತಿಯೋಮ ಹೊಂದಿರುವ ಮಾತೃಕೆಗಳಾಗಿದ್ದರೆ $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

35) $y^x = x^y$ ಆದರೆ $\frac{dy}{dx}$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

36) $x = a (\cos \theta + \theta \sin \theta)$, $y = a (\sin \theta - \theta \cos \theta)$ ಆದರೆ $\frac{dy}{dx}$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

37) $f(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 12$ ಉತ್ಪನ್ನದ, ಸ್ಥಳೀಯ ಗರಿಷ್ಠ ಮತ್ತು ಸ್ಥಳೀಯ ಕನಿಷ್ಠ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

38) $\int \frac{x \sin^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}} dx$ ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

39) $y=1, x=0$ ದತ್ತವಾದಾಗ ಅವಕಲನ ಸಮೀಕರಣ $\frac{dy}{dx} = -4xy^2$ ದ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

40) $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, ಮತ್ತು $\hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k}$ ಮತ್ತು $3\hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{k}$ ಸದಿಶಗಳು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಶೃಂಗವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

41) $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ ಆದರೆ $\vec{a} + \vec{b}$ ಮತ್ತು $\vec{a} - \vec{b}$ ಲಂಬವಾಗಿರುವ ಏಕಸದಿಶವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

42) A ಎಂಬ ವ್ಯಕ್ತಿಯು ಸತ್ಯವನ್ನು ನುಡಿಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ $\frac{4}{5}$ ಆಗಿದೆ. ಒಂದು ನಾಣ್ಯವನ್ನು ಚಿಮ್ಮಲಾಗುವುದು. A ವ್ಯಕ್ತಿಯು ತಲೆ ಗೋಚರಿಸುವುದೆಂದು ವರದಿ ಮಾಡುತ್ತಾನೆ. ಅದು ನಿಜವಾಗಿಯೂ ತಲೆಯಾಗಿರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಎಷ್ಟು?

ವಿಭಾಗ - D

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಯಾವುದಾದರೂ ನಾಲ್ಕು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ:

(4 × 5 = 20)

43) $f(x) = 4x + 3$ ಆಗುವ ಹಾಗೆ $f: N \rightarrow Y$ ಉತ್ಪನ್ನವನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿದರೆ

$Y = \{ \text{ಇಲ್ಲಿ } y \in N : y = 4x + 3 \text{ ಕೆಲವು } x \in N \}$ f ಪ್ರತಿಲೋಮ ಹೊಂದಿದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ ಹಾಗೂ ಅದರ ಪ್ರತಿಲೋಮವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

44) $A = \begin{bmatrix} 4 & \sqrt{3} & 2 \\ 4 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ ಮತ್ತು $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$ ಆದರೆ $(A + B)' = A' + B'$ ಎಂದು ಪ್ರಮಾಣೀಕರಿಸಿ.

45) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸರಳ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕೋಶ ಪದ್ಧತಿಯಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$x + y + z = 6$$

$$y + 3z = 11$$

$$x - 2y + z = 0$$

46) $y = 3 \cos (\log x) + 4 \sin (\log x)$ ಆದರೆ $x^2 y_2 + xy_1 + y = 0$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

47) x ಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ $\frac{1}{a^2 - x^2}$ ನ್ನು ಅನುಕಲಿಸಿ ಮತ್ತು ಅದರ ಸಹಾಯದಿಂದ $\int \frac{dx}{5 - x^2}$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

48) $x^2 + y^2 = a^2$ ವೃತ್ತದಿಂದ ಆವೃತವಾದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲವನ್ನು ಅನುಕಲಿತ ವಿಧಾನದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

49) $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = x^2$ ಅವಕಲಿತ ಸಮೀಕರಣದ ಸಾಮಾನ್ಯ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

50) ಅಂತರಿಕ್ಷದಲ್ಲಿ ಒಂದು ದತ್ತಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುವ ಮತ್ತು ಒಂದು ದತ್ತ ಸದಿಶಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವ ಸರಳ ರೇಖೆಯ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಸದಿಶ ಮತ್ತು ಕಾರ್ಟೀಶಿಯನ್ ಎರಡೂ ರೂಪಗಳಲ್ಲಿ ನಿರೂಪಿಸಿ.

ವಿಭಾಗ - E

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ:

51) $\int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ ಮತ್ತು ಇದನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^3 x}{\sin^{3/2} x + \cos^{3/2} x} dx \text{ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.}$$

(6)

ಅಥವಾ

ನಕ್ಷೆಯ ಮೂಲಕ $Z = 3x + 9y$ ಅನ್ನು ಕೆಳಕಂಡ ನಿಬಂಧನೆ ಒಳಪಟ್ಟಂತೆ ಕನಿಷ್ಠ ಮತ್ತು ಗರಿಷ್ಠಗೊಳಿಸಿ.

ನಿಬಂಧನೆಗಳು:-

$$x + 3y \leq 60$$

$$x + y \geq 10$$

$$x \leq y$$

$$x \geq 0, y \geq 0.$$

52) $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ ಚೌಕುಕೋಶವು $A^2 - 5A + 7I = 0$

ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ತೃಪ್ತಿಗೊಳಿಸುವುದು ಎಂದು ತೋರಿಸಿ. ಇಲ್ಲಿ I ಎಂಬುದು 2×2 ದರ್ಜೆಯ ಏಕಮಾನ ಕೋಶವಾಗಿದ್ದು ಮತ್ತು 0 ಎಂಬುದು 2×2 ದರ್ಜೆಯ ಶೂನ್ಯಕೋಶವಾಗಿದೆ. ಈ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ A^{-1} ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(4)

ಅಥವಾ

$$f(x) = \begin{cases} kx + 1 & \text{if } x \leq \pi \\ \cos x & \text{if } x > \pi \end{cases} \text{ ಆದಾಗ}$$

ಉತ್ಪನ್ನವು $x = \pi$ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಅವಿಚ್ಛಿನ್ನತೆ ಇದ್ದರೆ k ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(English Version)

Instructions :

1. The question paper has five parts namely A, B, C, D and E. Answer all the parts.
2. **PART – A** has 15 multiple choice questions and 5 fill-in the blank questions. Each question carries one mark.
3. Use the graph sheet for question on linear programming problem in **PART – E**.
4. For **PART – A** questions, only the first written answers will be considered for evaluation.

PART – A

I. Answer all the multiple choice questions:

(15 × 1 = 15)

- 1) The relation R in the set { 1, 2, 3 } given by $R = \{ (1, 2) \}$ is
 - a) reflexive
 - b) symmetric
 - c) transitive
 - d) neither reflexive nor transitive
- 2) The greatest integer function $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ given by $f(x) = [x]$ is

a) one-one and onto	b) neither one-one nor onto
c) one-one but not onto	d) onto but not one-one
- 3) $\sin(\tan^{-1} x), |x| < 1$ is equal to

a) $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$	b) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
c) $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$	d) $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

4) For a 2×2 matrix $A = [a_{ij}]$, elements are given by $a_{ij} = 2\hat{i} - \hat{j}$ then A is equal to

a) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

5) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ then $|2A|$ is equal to

a) $2|A|$

b) $3|A|$

c) $4|A|$

d) $|A|$

6) If $y = \tan(2x + 3)$ then $\frac{dy}{dx}$ is equal to

a) $2 \sec^2(2x + 3)$

b) $2 \sec(2x + 3)$

c) $\sec^2(2x + 3)$

d) $\sec(2x + 3)$

7) If $y = \log_7(\log_e x)$ then $\frac{dy}{dx}$ is equal to

a) $\frac{1}{x \log_e 7}$

b) $\frac{1}{7x \log_e x}$

c) $\frac{1}{x \log_e 7 \log_e x}$

d) $\frac{1}{\log_e 7 \log_e x}$

8) The maximum value of the function f given by $f(x) = |x|$, $x \in \mathbb{R}$ is

a) 0

b) 1

c) -1

d) does not exist

9) $\int \tan^2 x \, dx$ is equal to

a) $x - \tan x + c$

b) $\tan x - x + c$

c) $\sec^2 x - x + c$

d) $x - \sec^2 x + c$

10) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^7 x \, dx$ is equal to

a) 0

b) $\frac{\pi}{2}$

c) 1

d) $\frac{-\pi}{2}$

- 11) The vector components of the vector with initial point (2, 1) and terminal point (-5, 7) are

a) $-7\hat{i}, -6\hat{j}$

b) $7\hat{i}, -6\hat{j}$

c) $7\hat{i}, 6\hat{j}$

d) $-7\hat{i}, 6\hat{j}$

- 12) If $\vec{a}$ is a non-zero vector of magnitude 'a' and ' λ ' a non-zero scalar then $\lambda \vec{a}$ is a unit vector if

a) $\lambda = 1$

b) $\lambda = -1$

c) $a = |\lambda|$

d) $a = \frac{1}{|\lambda|}$

- 13) The direction cosines of y-axis are

a) (0, 1, 0)

b) (0, 0, 1)

c) (1, 0, 1)

d) (1, 0, 0)

- 14) In L.P.P. any point outside the feasible region is called

a) feasible solution

b) infeasible solution

c) optimal solution

d) corner point

- a) 0

b) $\frac{1}{2}$

c) not defined

d) 1.

11

(5 × 1 = 5)

(0, 1, 5, 3, 4, 2)

- 16) The value of $2 \sin \left[\frac{\pi}{3} - \tan^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right) \right]$ is _____.

- 17) If A is a square matrix with $|A| = 2$ then $|AA'| =$ _____

- 18) Order of the differential equation $\frac{d^3y}{dx^3} + 2\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^4 + \frac{dy}{dx} = 0$ is _____.

- 19) Two lines whose direction ratios a_1, b_1, c_1 and a_2, b_2, c_2 are such that $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ then the angle between them is _____.

- 20) For any event E of a sample space S, $P(E \cup E') = \underline{\hspace{2cm}}$

PART – B

Answer any six questions:

(6 × 2 = 12)

- 21) Write $\cot^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}\right)$, $x > 1$ in the simplest form.

- 22) If the area of triangle with vertices $(-2, 0)$, $(0, 4)$ and $(0, k)$ is 4 square units, find k using determinants.

- 23) If $2x + 3y = \sin y$, find $\frac{dy}{dx}$.

- 24) The radius of a circle is increasing at the rate of 0.7 cm/s. What is the rate of increase of its circumference?
- 25) Prove that the function $f(x) = \cos x$ is decreasing in $(0, \pi)$.
- 26) Find $\int \frac{x}{(x+1)(x+2)} dx$.
- 27) Evaluate $\int_0^1 \frac{x}{x^2+1} dx$.
- 28) Find $|\vec{a} - \vec{b}|$ if two vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$ are such that $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$ and $\vec{a} \cdot \vec{b} = 4$.
- 29) Find the distance between the lines $\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$ and $\vec{r} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$.
- 30) Two cards are drawn at random without replacement from a pack of 52 playing cards. Find the probability that both the cards are black.
- 31) If A and B are two events such that $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(A \cup B) = \frac{3}{5}$ and $P(B) = K$. Find K if A and B are independent.

PART - C

Answer any six questions:

(6 × 3 = 18)

- 32) Determine whether the relation R in the set $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ defined as $R = \{ (x, y) : y \text{ is divisible by } x \}$ is reflexive, symmetric and transitive.

- 33) Prove that

$$\cos^{-1}\left(\frac{4}{5}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{12}{13}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{33}{65}\right).$$

- 34) If A and B are invertible matrices of same order then prove that $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.

- 35) If $y^x = x^y$, find $\frac{dy}{dx}$.
- 36) If $x = a(\cos\theta + \theta \sin\theta)$,
 $y = a(\sin\theta - \theta \cos\theta)$ find $\frac{dy}{dx}$.
- 37) Find local maximum and local minimum values of the function f given by
 $f(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 12$.
- 38) Find $\int \frac{x \sin^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}} dx$.
- 39) Find the particular solution of the differential equation
 $\frac{dy}{dx} = -4xy^2$ given that $y = 1$ when $x = 0$.
- 40) Show that the vectors $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k}$ and $3\hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{k}$ form the vertices of a right angled triangle.
- 41) Find a unit vector perpendicular to each of the vectors $\vec{a} + \vec{b}$ and $\vec{a} - \vec{b}$ where
 $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$.
- 42) Probability that 'A' speaks truth is $\frac{4}{5}$. A coin is tossed, 'A' reports that a head appears. Find the probability that actually there was a head.

PART - D

Answer any four questions:

(4 × 5 = 20)

- 43) Let $f: N \rightarrow Y$ be a function defined as $f(x) = 4x + 3$ where $Y = \{y \in N : y = 4x + 3 \text{ for some } x \in N\}$. Show that f is invertible and find the inverse of ' f '.
- 44) If $A = \begin{bmatrix} 4 & \sqrt{3} & 2 \\ 4 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$ verify that $(A + B)' = A' + B'$.

45) Solve the following system of linear equations using matrix method

$$x + y + z = 6$$

$$y + 3z = 11$$

$$x - 2y + z = 0$$

46) If $y = 3 \cos (\log x) + 4 \sin (\log x)$ show that $x^2 y_2 + xy_1 + y = 0$.

47) Find the integral of $\frac{1}{a^2 - x^2}$ with respect to x and hence evaluate $\int \frac{dx}{5 - x^2}$.

48) Find the area enclosed by the circle $x^2 + y^2 = a^2$ using integration.

49) Find the general solution of the differential equation

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = x^2.$$

50) Derive the equation of a line in space through a given point and parallel to a given vector in the vector and Cartesian form.

PART - E

Answer the following questions:

51) Prove that $\int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a - x) dx$ and hence evaluate

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^{\frac{3}{2}} x}{\sin^{\frac{3}{2}} x + \cos^{\frac{3}{2}} x} dx. \quad (6)$$

Or

Solve the following problem graphically.

Minimise and maximise $Z = 3x + 9y$

subject to the constraints

$$x + 3y \leq 60$$

$$x + y \geq 10$$

$$x \leq y$$

$$x \geq 0, y \geq 0.$$

- 52) Show that the matrix $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ satisfies the equation $A^2 - 5A + 7I = 0$ where I is 2×2 identity matrix and 0 is 2×2 zero matrix. Using this equation find A^{-1} . (4)

Or

Find the value of k so that the function

$$f(x) = \begin{cases} kx + 1 & \text{if } x \leq \pi \\ \cos x & \text{if } x > \pi \end{cases}$$

is continuous at $x = \pi$.
